

# Izvleček

## O nekaterih odprtih problemih iz točkovno tranzitivnih grafov

Disertacija obravnava štiri med seboj povezane teme s področja algebraične teorije grafov. Prva od štirih tem so ne-Cayleyjevi točkovno tranzitivni grafi. Leta 1983 je Marušič [Ars Combinatorial 16B (1983), 297–302] postavil vprašanje, za katera pozitivna števila  $n$  obstaja ne-Cayleyjev točkovno tranzitiven graf reda  $n$ . (Takim številom pravimo ne-Cayleyjeva števila.) To vprašanje je bilo kasneje motivacija za Fengovo vprašanje [Discrete Math. 248 (2002), 265–269], ki sprašuje po najmanjši valenci  $\vartheta(n)$  med valencami ne-Cayleyjevih točkovno tranzitivnih grafov reda  $n$ . Ker so cikli seveda Cayleyjevi grafi, za vsako ne-Cayleyjevo število  $n$  velja  $\vartheta(n) \geq 3$ . V disertaciji obravnavamo tista ne-Cayleyjeva števila  $n$ , za katera je  $\vartheta(n) = 3$ , in med njimi iščemo tiste, za katere so posplošeni Petersenovi grafi edini ne-Cayleyjevi točkovno tranzitivni grafi reda  $n$ . Znano je, da je za praštevilo  $p$  vsak točkovno tranzitiven graf reda  $p$ ,  $p^2$  ali  $p^3$  Cayleyjev graf in da je z izjemo Coxeterjevega grafa vsak kubični ne-Cayleyjev točkovno tranzitiven graf reda  $2p$ ,  $4p$  ali  $2p^2$  posplošeni Petersenov graf. V disertaciji je narejen naslednji korak. Dokazano je, da je vsak kubični ne-Cayleyjev točkovno tranzitiven graf reda  $4p^2$ ,  $p > 7$  praštevilo, posplošeni Petersenov graf. Poleg tega je narejena karakterizacija kubičnih ne-Cayleyjevih točkovno tranzitivnih grafov reda  $2p^k$ , kjer je  $p > 7$  praštevilo in  $k \leq p$ .

Druga v disertaciji obravnavana tema so grupe avtomorfizmov posebne družine točkovno tranzitivnih grafov. Dokazano je, da je vsak povezan kubični ne-simetrični Cayleyjev graf grupe  $G$ , kjer je  $G \in \{M_{11}, M_{22}, M_{23}, J_2, \text{Suz}, \text{PSL}(2, 11), A_n \mid n \in \{5, 11, 23, 47\}\}$ , normalen graf. Ta rezultat delno reši problem, ki je bil postavljen v [Discrete Math. 244 (2002), 67–75].

Tretja v disertaciji obravnavana tema so ena-regularni grafi, posebna družina točkovno tranzitivnih grafov, ki so bili v zadnjem desetletju predmet številnih raziskav. Glavni prispevek disertacije je popolna klasifikacija štirivalentnih ena-regularnih grafov reda  $4p^2$ , kjer je  $p$  praštevilo.

Zadnja tema obravnava enega izmed najpomembnejših odprtih problemov v algebraični teoriji grafov, problem obstoja hamiltonskih poti v točkovno tranzitivnih grafih. V disertaciji je problem obravnavan za točkovno tranzitivne grafe reda  $10p$ ,  $p \neq 7$  praštevilo. Dokazano je, da vsak povezan točkovno tranzitiven graf reda  $10p$ ,  $p \neq 7$  praštevilo, ki ni izomorfen kvaziprimitivnemu grafu glede na delovanje grupe  $\text{PSL}(2, k)$  na odsekih po  $\mathbb{Z}_k \rtimes \mathbb{Z}_{(k-1)/10}$ , premore hamiltonsko pot.

**Math. Subj. Class (2000):** 05C25, 05C45, 20B25, 20F05.

**Ključne besede:** graf, točkovno tranzitiven graf, Cayleyjev graf, ne-Cayleyjev graf, enostavne grupa, ena-regularen, hamiltonska pot, regularno delovanje, regularni krov, grupa avtomorfizmov.